X Menge, $x \in X$

$$\begin{array}{ccc} \mathrm{Abb}(X, R) & \xrightarrow{\mathrm{ausw}_x} & R \\ f & \longmapsto & f(x) \end{array}$$

$$\boxed{\begin{aligned} (f \oplus g)(x) &:= f(x) + g(x) \quad \text{in } R \\ (f \odot g)(x) &:= f(x) \cdot g(x) \end{aligned}}$$

(ausw_x Ringhomomorphismus)

$x \in R$

$$\begin{tikzcd} \mathbb{R}[t] \arrow[r, "\sim"] \arrow[rr, bend right, "\mathrm{ausw}_x"'] & \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \arrow[r, "\mathrm{ausw}_x"] & R \\ f \arrow[r, mapsto] & \tilde{f} & \\ & g \arrow[r, mapsto] & g(x) \\ f \arrow[rr, mapsto, bend right, "\mathrm{ausw}_x"'] & & \tilde{f}(x) \end{tikzcd}$$

Polynomabb. zu f

$A \subset B$ bedeutet:

(a) $\forall a \in A: \quad a \in B$
(b) $\forall a \in B: \quad a \in A$
(c) $\forall a \in A: \quad b \in B$
(d) $\{A\} \in B$

Sei M Menge. Welche der folgenden Mengen ist stets leer?

(a) $M \cup M$
(b) $M \setminus M$
(c) $M \cap M$
(d) $M \times M$

Die Identität ist stets

(a) injektiv
(b) surjektiv
(c) bijektiv

$A \times B = \emptyset \iff$ (a) $A = \emptyset$ und $B = \emptyset$

(b) $A = \emptyset$ oder $B = \emptyset$

(c) $A \cup B = \emptyset$

(d) f

$X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} Z$

f injektiv und g injektiv

$\Rightarrow$ $g \circ f$ injektiv

f surjektiv und g surjektiv

$\Rightarrow$ $g \circ f$ surjektiv

$g \circ f$ injektiv $\Rightarrow$ (a) f injektiv

(b) g injektiv

In jeder Gruppe $(G, \cdot)$ ist
- kommutativ. Nein.

z.B.: S_3

Welche Struktur ist eine Gruppe?

(a) $(\mathbb{N}, +) \leftarrow -1 \notin \mathbb{N}$

(b) $(\mathbb{Q}, +)$

(c) $(\mathbb{C}, +)$

(d) $(\mathbb{N}, \cdot)$ $\quad \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$

(e) $(\mathbb{Q}^+, \cdot)$ $\quad a^{-1} = \frac{1}{a}$

(f) $(\mathbb{Z}, +)$

(g) $(\mathbb{Z}, -)$ $\quad$ – nicht assoziativ

(h) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ $\quad \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$

(i) $(\mathrm{Abb}(\{1,2,3\}, \{1,2,3\}), \circ)$

$\nexists$ Inverse

(j) $(\{f : \{1,2,3\} \longrightarrow \{1,2,3\} \mid f \text{ bijektiv}\}, \circ)$

$=: S_3$

Jede Gruppe mit 4 Elementen ist isomorph zu $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +)$.   falsch

$$(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +) \times (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +)$$
$$\|$$
$$(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, \text{ Komponenten-weise Addition })$$

$$(\{([0],[0]), ([0],[1]), ([1],[0]), ([1],[1])\}, \quad ([x],[y]) + ([x'],[y']) = ([x+x'],[y+y']))$$

<u>Beh:</u> $(\mathbb{Z}/4, +)$ nicht isomorph $(\mathbb{Z}/2 \times \mathbb{Z}/2, +)$

$\forall x \in \mathbb{Z}/2 \times \mathbb{Z}/2$ gilt:

$$x + x = 0$$

Somit gilt auch

$$f(x) + f(x) = 0$$

für jeden Homomorphismus f.

Aber in $\mathbb{Z}/4$ gibt es Elemente y mit $\quad y + y \neq 0$